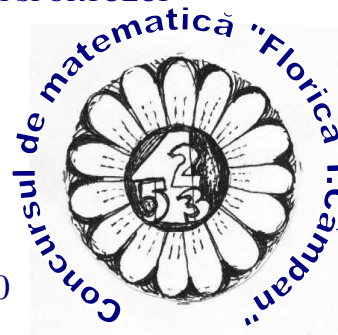


CONCURSUL DE MATEMATICĂ  
**FLORICA T. CÂMPAN**

EDIȚIA A X-A  
ETAPA JUDEȚEANĂ, 20 FEBRUARIE 2010



**Clasa a VI-a**  
**BAREM**

**SUBIECTUL I**

Din oficiu (2p)

$$d_1 = (a, b, c) \Rightarrow \begin{cases} a = d_1 \cdot k \\ b = d_1 \cdot l \\ c = d_1 \cdot p \end{cases} \text{ și cum } a, b, c \text{ sunt impare atunci } k, l, p \text{ sunt impare. (3p)}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{a+b}{2} &= \frac{k+l}{2} \cdot d_1 = m_1 \cdot d_1 \\ \frac{b+c}{2} &= \frac{l+p}{2} \cdot d_1 = m_2 \cdot d_1 \\ \frac{c+d}{2} &= \frac{p+k}{2} \cdot d_1 = m_3 \cdot d_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_1 / d_2 \quad (1) \dots\dots\dots(3p)$$

$$d_2 = \left( \frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2} \right) \Rightarrow \begin{cases} a+b = d_2 \cdot q \cdot 2 \\ b+c = d_2 \cdot r \cdot 2 \\ c+d = d_2 \cdot s \cdot 2 \end{cases} \dots\dots\dots(3p)$$

$$a+b+c = d_2(q+r+s) \Rightarrow \left. \begin{aligned} d_1 / a+b+c \\ d_2 / b+c \end{aligned} \right\} d_2 / a \dots\dots\dots(2p)$$

Analog  $d_2 / b$  și  $d_2 / c \Rightarrow d_2 / d_1$  (2).....(1p)

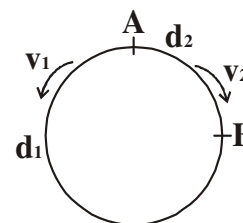
Din (1) și (2)  $\Rightarrow d_1 = d_2$ . .....(1p)

**SUBIECTUL II**

a) Notăm:

- $v_1$  și  $v_2$  vitezele de deplasare ale lui Gigel, respectiv, Costel;
- $d_1$  și  $d_2$  distanțele parcurse de Gigel, respectiv, Costel până în momentul întâlnirii în punctul B.

Din oficiu: 2p



Gigel și Costel s-au întâlnit prima dată în punctul B după  $\frac{d_1}{v_1} = \frac{d_2}{v_2}$  (secunde) (1) – (1p)

Avem  $d_2 = 81v_1$  și  $d_1 = 144v_2$ , de unde  $\frac{d_1}{d_2} = \frac{144 \cdot v_2}{81 \cdot v_1}$  (2) – (2p)

Din (1) și (2) rezultă  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{144 \cdot v_2}{81 \cdot v_1}$ , de unde  $\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{144}{81} = \left(\frac{12}{9}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2$ .

Deci  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{3}$  și  $d_1 = \frac{4}{3} \cdot d_2$ . – (2p)

Deoarece Gigel parcurge distanța  $d_2$  în 81 de secunde rezultă că distanța  $d_1$  o parcurge

$$\text{în } \frac{4}{3} \cdot 81 = 108 \text{ secunde.} - (1p)$$

Gigel face un tur complet de pistă în  $81 + 108 = 189$  secunde, iar Costel în  $144 + 108$  secunde. - (1p)

$$\text{Costel se deplasează cu } \frac{2268}{252} = 9 \text{ m/s} = 32,4 \text{ km/h.} - (1p)$$

$$\text{Gigel se deplasează cu } \frac{2268}{189} = 12 \text{ m/s} = 43,2 \text{ km/h.} - (1p)$$

**b)** 1 oră 53 minute 24 secunde = 6804 secunde. (1p)

Gigel a realizat  $6804 : 189 = 36$  tururi de pistă. (1p)

Costel a realizat  $6804 : 252 = 27$  tururi de pistă. (1p)

Gigel a parcurs  $2268 \cdot 36 = 81,648$  km. (1p)

Costel a parcurs  $2268 \cdot 27 = 61,236$  km. (1p)

### SUBIECTUL III



Din oficiu (2p)

Se constată că:

$$(1) A_1A_2 = \frac{AB}{2^n}, A_2A_3 = \frac{AB}{2^2 \cdot n}, \dots, A_{k-1}A_k = \frac{AB}{2^{k-1} \cdot n}; \dots\dots\dots(2p)$$

$$(2) MM_1 = \frac{AB}{2^2 \cdot m}, M_1M_2 = \frac{AB}{2^3 \cdot m}, M_2M_3 = \frac{AB}{2^4 \cdot m}, \dots, M_{k-1}M_k = \frac{AB}{2^{k+1} \cdot m}, \dots\dots\dots(2p)$$

**a)** Punctul  $A_i$  coincide cu M dacă:

$AA_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_{i-1}A_i = AM$ , relație care, ținând seama de (1), se scrie sub

forma:  $\frac{AB}{n} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{k-1}} \right) = \frac{AB}{2}$ , .....(1p) echivalentă cu  $\frac{1}{n} \cdot \frac{2^k - 1}{2^{k-1}} = \frac{1}{2}$ , de

unde se deduce  $2^k - 1 = n \cdot 2^{k-2}$  și se obține  $k = 2$  și  $n = 3$ . .....(1p)

Deci răspunsul este afirmativ.

**b)** Punctul  $M_j$  coincide cu B dacă:

$$MM_1 + M_1M_2 + M_2M_3 + \dots + M_{j-1}M_j = MB = \frac{AB}{2}, \text{ adică} \dots\dots\dots(2p)$$

$$\frac{AB}{2^2 \cdot m} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{k-1}} \right) = \frac{AB}{2}, \text{ condiție echivalentă cu } \frac{1}{2^2 \cdot m} \cdot \frac{2^k - 1}{2^{k-1}} = \frac{1}{2} \dots\dots(1p)$$

Ultima egalitate se poate scrie sub forma  $2^k - 1 = 2^k \cdot m$ , egalitate ce nu poate fi adevărată în condițiile date, deci Bitsy nu va putea „ateriza” în B.....(1p)

**c)** Presupunem că există  $k$  în așa fel încât  $A_k = M_k$ .

$$\text{Atunci } AA_k - MM_k = AM = \frac{AB}{2}.$$

$$\text{Obținem } \frac{1}{n} \cdot \frac{2^k - 1}{2^{k-1}} - \frac{1}{2^2 \cdot m} \cdot \frac{2^k - 1}{2^{k-1}} = \frac{1}{2}, \text{ echivalentă cu } \frac{4m - n}{mn} = \frac{2^k}{2^k - 1}, \dots\dots\dots(1p)$$

de unde se deduce  $4m - n > mn$ , adică  $4m > n(m+1)$ , ceea ce implică  $n \leq 3$ . .....(1p)